Übungen zur linearen Algebra

Wintersemester 2026

Esentepe – Kouhkouh – Hahn – Pavic – Roche-Newton – Tang – Tran

Blatt 1

(1) (*) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichungssysteme:

(a)

$$\begin{aligned} 2a + 2b + 3c &= 45 \\ 3b + c &= 30 \\ c &= 9 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} x + 3y + 5z &= 2 \\ x + y + z &= 2 \\ x + 3y + 3z &= 0 \end{aligned}$$

(c) Welche Systeme ist einfacher zu lösen? Warum?

(2) (a) (*) Ist das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + (1+\alpha)y &= 1 \\ (1-\alpha)x + y &= 1 \end{aligned}$$

in den Unbekannten x, y lösbar für $\alpha = 1$? Finden Sie eine Lösung.

(b) (*) Ist das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + (1+\alpha)y &= 1 \\ (1-\alpha)x + y &= 1 \end{aligned}$$

in den Unbekannten x, y lösbar für $\alpha = 0$? Finden Sie die Lösungmenge.

(c) Begründen Sie, für welche Werte des Paramaters α das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + (1+\alpha)y &= 1 \\ (1-\alpha)x + y &= 1 \end{aligned}$$

in den Unbekannten x, y lösbar und bestimme ggf. die Lösungmenge.

(3) Sei $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ Konstanten. Sei $(u, v) \in \mathbb{R}^2$ eine Lösung des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} ax + by &= p \\ cx + dy &= q \end{aligned}$$

in den Unbekannten x, y und L die Lösungmenge. Sei M die Lösungmenge des Gleichungssystems

$$ax + by = 0$$
$$cx + dy = 0.$$

Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$L = \{(u + \alpha, v + \beta) \colon (\alpha, \beta) \in M\}$$

gilt.

(4) (*) Finden Sie ein Polynom p dritten Grades mit reellen Koeffizienten, sodass

$$p(1) = 3 \quad , \quad p(2) = 17 \text{ und } p(3) = 49.$$

Hinweis. Sei $p = x^3 + ax^2 - bx + c$.

(5) Finden Sie, falls möglich, eine Ellipse, die durch die Punkte $(1, 1), (2, 4)$ und $(3, 6)$ verläuft. Erklären Sie andernfalls mithilfe der linearen Algebra, warum es keine solche Ellipse gibt. **Hinweis.** Die Gleichung einer Ellipse hat die Form $ax^2+by^2 = c$, wobei $a, b, c > 0$.