Lineare Algebra 1 – WS 2024/25

Übungsblatt 11 – 29.1.2025

Aufgabe 1
Bestimmen Sie diejenigen $(a, b, c, d, e) \in \mathbb{Z}_5^5$ für die das Gleichungssystem

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & + & 3x_4 & + & 3x_5 & = & a \\
x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & & & 3x_5 & = & b \\
2x_1 & + & 4x_2 & + & x_3 & + & x_4 & + & 2x_5 & = & c \\
x_1 & + & 4x_2 & + & 3x_3 & + & x_4 & + & 4x_5 & = & d \\
2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & + & x_5 & = & e
\end{array}$$

eine Lösung in $\mathbb{Z}_5^5$ besitzt.

Aufgabe 2
Es seien K ein Körper, X, Y zwei K–Vektorräume, $\varphi\colon X \longrightarrow Y$ eine lineare Abbildung, α, $\beta \in K$, b_1, $b_2 \in Y$. Beweisen oder widerlegen Sie die Umkehrung des Superpositionsprinzips (Satz 5.1 der VO, bzw. Satz 6.1 im Kappelskriptum): ist $a \in X$ eine Lösung von $\varphi(x) = \alpha b_1 + \beta b_2$, so gibt es eine Lösung a_1 von $\varphi(x) = b_1$, und eine Lösung a_2 von $\varphi(x) = b_2$, die $a = \alpha a_1 + \beta a_2$ erfüllen.